

Examen Physique Générale II : Thermodynamique

21 juin 2019 8:15-11:15

Remarque :

$$\begin{array}{r} \text{questions de cours} \\ \text{9} \\ \hline \text{15} \\ \hline \text{26} \end{array}$$

Soit \geq le nombre des points

Ne pas ouvrir avant le début de l'épreuve

Les seuls objets autorisés sont :

- Un formulaire A4 manuscrit recto-verso
- Stylos, etc.
- Pas de calculatrice, tablette, ordinateur, téléphone. Pas d'objets connectés (wifi, Bluetooth, etc...)

Les réponses finales à chaque question doivent être reportées sur l'énoncé dans les cases prévues à cet effet. La justification détaillée et propre est à rendre sur le papier quadrillé fourni. Sans justification, la question n'est pas notée. Le brouillon fourni sera ramassé mais non noté.

Un feuillet quadrillé par exercice.

Inscrivez votre nom sur chacun des feuillets ! Et numérotez-les 1/n

L'examen comporte 12 pages avec 3 exercices, numérotés de 1 à 3.
Le nombre de points maximum pour cet examen est de 50 points.

Sauf départ anticipé de plus de 10 minutes avant la fin de l'épreuve, le ramassage des copies se fait à votre table.

Beaucoup des questions sont conceptuelles ou bien nécessitent très peu de calculs et sont indépendantes les unes des autres. On pourra admettre la solution d'une question donnée dans l'énoncé pour résoudre les questions suivantes.

CETTE PAGE EST INTENTIONNELLEMENT BLANCHE

I. Mésaventures en préparant du thé. 8 points.

Après le cours, de retour à la maison (à la température T_0), vous vous préparez un thé en chauffant une masse M d'eau dans une bouilloire jusqu'à ébullition à $T_{ébul}$. Sitôt cette température atteinte, la bouilloire s'arrête et, fatigué(e), vous vous endormez. Quand vous vous réveillez, l'eau s'est refroidie à la température ambiante. **Note : La question 1 est une question de cours.** $\Sigma = 2$

2

-1- Calculez l'entropie créée et l'entropie échangée par l'eau lors de son refroidissement.

$$1 \quad S_{crée} = \eta_{C_{eau}} \ln \frac{T_0}{T_{ébul}} + \frac{T_{ébul} - T_0}{T_0}$$

$$1 \quad S_{éch} = \frac{T_0 - T_{ébul}}{T_0} \eta_{C_{eau}}$$

Cependant, vous avez vraiment envie d'un thé bien chaud. Vous placez l'eau dans un four micro-onde (volume V), de puissance P_{four} . Le four est parfaitement hermétique et isolé et transfère toute sa puissance à l'eau liquide uniquement. Malheureusement, vous vous endormez à nouveau. Vous êtes réveillé(e) par l'explosion du four lorsque la **différence de pression** entre l'extérieur et l'intérieur atteint ΔP_{max} . La pression de vapeur saturante de l'eau varie linéairement selon : $p_{sat} = aT - b$. On considère la vapeur d'eau comme un gaz parfait et on néglige le volume d'eau liquide par rapport au volume du four. On fera l'hypothèse que la vapeur d'eau et l'air dans le four restent en équilibre thermique avec l'eau liquide et on néglige la chaleur échangée dans ce processus de thermalisation.

2

-2- Calculez la température de la vapeur et de l'eau au moment de l'explosion du four.

$$1,5 \quad T_{expl} = \frac{P_{ext} + P_0 + b}{a + P_0/T_0}$$

$$0,5 \quad \text{AN : } T_{expl} = 400K$$

0,75 Si j'allume le chauffog de l'air

2

-3- Calculez la masse, m , d'eau évaporée. Comparez celle-ci à la masse d'eau totale et discutez la validité de l'hypothèse suggérée.

$$1 \quad m = \frac{MV}{RT_{expl}} P_{sat}(T_{expl})$$

$$0,5 \quad \text{AN : } m = 20g$$

$m \ll M$ $m < M$ $m = M$ $m > M$ $m \gg M$

2

-4- Calculez combien de temps vous avez dormi.

$$1,5 \quad t = \frac{(\eta_{C_{eau}}(T_{expl} - T_0) + mL_{vap})}{P_{four}}$$

$$0,5 \quad \text{AN : } t = 360s = 6min$$

AN : $T_0 = 300 \text{ K}$; $P_{extérieur} = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$; $M = 1 \text{ kg}$; $V = 10 \text{ l}$; $P_{four} = 1,2 \text{ kW}$; Constante des gaz parfaits : $R = 8 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$; $a = 0,047 \text{ barK}^{-1}$, $b = 15,3 \text{ bar}$ avec p_{sat} en bar et T en K; $\Delta P_{max} = 3,7 \text{ bar}$; Chaleur latente d'évaporation de l'eau : $L = 2000 \text{ kJkg}^{-1}$; Chaleur spécifique à pression constante de l'eau liquide : $c_{eau} = 4 \text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$; Masse molaire de l'eau $M_{eau} = 18 \text{ gmol}^{-1}$.

$$\underline{Q1} \quad \Delta S = \Delta S_{\text{rev}} = \int_{T_{\text{ehal}}}^{T_0} \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} = \int_{T_{\text{ehal}}}^{T_0} \eta_{\text{Carn}} \frac{dT}{T} = \boxed{\eta_{\text{Carn}} \frac{\ln \frac{T_0}{T_{\text{ehal}}}}{T_0}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} S_{\text{ehal}} &= \frac{Q_{\text{ehal}}}{T_0} = \eta_{\text{Carn}} \frac{T_0 - T_{\text{ehal}}}{T_0} \\ S_{\text{irr}} &= \Delta S - S_{\text{ehal}} \end{aligned}}$$

$$\underline{Q2} \quad \text{für explos. quent} \quad \underbrace{P_{\text{int}} - P_{\text{ext}}}_{= P_0} = \Delta P_{\text{max}}$$

$$P_{\text{int}} = P_{\text{ext}} + P_{\text{air}}$$

$$\begin{aligned} &= \underbrace{P_{\text{sat}}(T_{\text{exp}})}_{= aT - b} + \underbrace{P_{\text{air}}(T_{\text{exp}})}_{= \frac{P_0}{T_0} T_{\text{exp}}} \\ &= aT - b + \frac{P_0}{T_0} T_{\text{exp}} \end{aligned}$$

$$\Delta P_{\text{max}} = aT_{\text{exp}} - b + \frac{P_0}{T_0} T_{\text{exp}} - P_0$$

$$= \left(a + \frac{P_0}{T_0} \right) T_{\text{exp}} - b - P_0$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{\text{exp}} = \frac{\Delta P_{\text{max}} + P_0 + b}{a + \frac{P_0}{T_0}}}$$

$$\underline{\text{AU}} : \quad T_{\text{exp}} = \frac{3,7 + 1 + 15}{0,047 + \frac{1}{300}} = \frac{20}{0,05} = \underline{400 \text{ K}}$$

Q3

Écouvapeur = AP

masse d'eau dans l'AP à T_{exp} et $P_{\text{sat}}(T_{\text{exp}})$

$$P_{\text{éau}} V = n_{\text{éau}} R T_{\text{éau}}$$

$$P_{\text{sat}}(T_{\text{exp}}) V = \frac{m}{n_e} R T_{\text{exp}}$$

$$\Rightarrow m = \frac{n_e}{R} V \frac{P_{\text{sat}}(T_{\text{exp}})}{T_{\text{exp}}} = \frac{n_e}{R} V \frac{\alpha T_{\text{exp}} - b}{T_{\text{exp}} - c}$$

AN :

$$m = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{8} \cdot \frac{10}{400} \cdot \frac{0,047 \cdot 400 - 15,3}{400} \cdot 10^5 = \frac{18 \cdot 3,5}{8 \cdot 4} \cdot 10 \approx 20 \text{ g}$$

<< \square

Q4

Énergie pour chauffer l'eau liquide de T_0 à T_{exp}

de récupérer m d'eau

$$Q = n_e c_{\text{éau}} (T_{\text{exp}} - T_0) + m L_{\text{vap}}$$

$$t = \frac{Q}{P_{\text{four}}} = \frac{n_e c_{\text{éau}} (T_{\text{exp}} - T_0) + m L_{\text{vap}}}{V_{\text{four}}}$$

$$\text{AN } t = \frac{1 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot (400 - 300) + 20 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^6}{1200}$$

$$= \frac{4 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^4}{12 \cdot 10^2} = \frac{4400}{12} = \frac{2200}{6} = \frac{1100}{3} \approx 370 \text{ s}$$

$$m = 1,2 \cdot 10^3 = 1200 \text{ g}$$

$$22,4 \times \frac{1000}{370} \times \frac{1}{3,5} = 8,56 \rightarrow n_e = \frac{10}{8,56} = 1,17$$

CETTE PAGE EST INTENTIONNELLEMENT BLANCHE

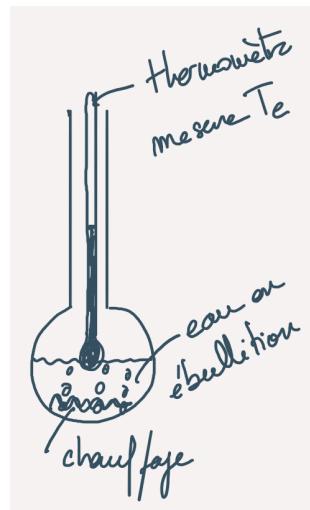
II. Étude d'un ballon-sonde météorologique. 18 points.

Les ballon-sondes sont des ballons qui emportent des capteurs d'humidité, de température, de pression et de position. La mesure de la pression permet de connaître l'altitude du ballon et d'établir un profil de température et d'humidité en fonction de l'altitude. L'objet de ce problème est d'étudier certains modèles de capteurs d'humidité et de pression utilisés dans ces ballons-sondes. Dans tous le problème on considérera que l'air et l'eau sous phase vapeur se comportent comme des gaz parfaits. On notera M_e et M_a , la masse molaire de l'eau et la masse molaire moyenne de l'air.

Note : La partie A est constituée de questions de cours. $\text{cl} \quad Q4 \text{ et } Q9 \quad \Sigma = 9$

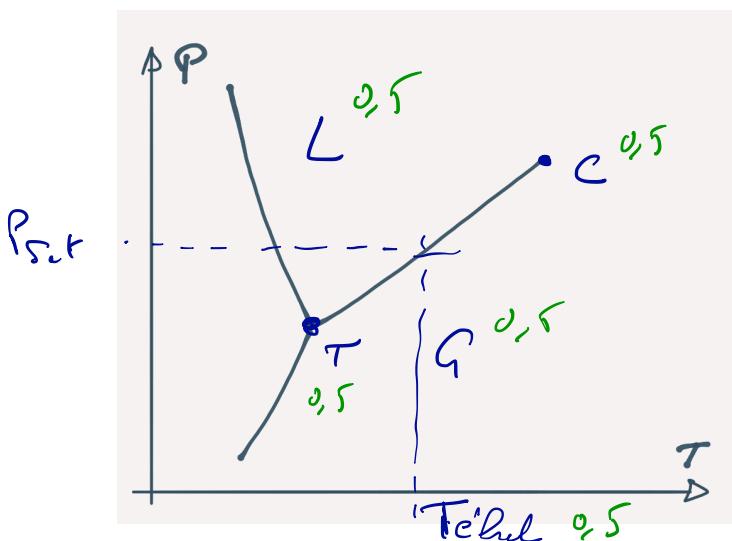
A Mesure de la pression.

Le capteur, appelé un hypsomètre, est constitué d'une petite enceinte ouverte, contenant de l'eau chauffée jusqu'à ébullition. Un thermomètre mesure la température d'ébullition de l'eau.



2-1- Expliquer qualitativement (sans calculs) comment la mesure de la température d'ébullition permet de connaître la pression atmosphérique P_{atm} puis l'altitude de la sonde.

2,5- Sur ce diagramme pression-température (p-T) de l'eau indiquer le domaine d'existence des phases liquides et gazeuses, le point triple et le point critique. Expliquez comment lire la température d'ébullition de l'eau en fonction de la pression atmosphérique.



-3- La relation de Clapeyron donne la chaleur latente massique de changement d'état $L_{l \rightarrow g} = L_0$, en fonction de la pente de la courbe de la pression de vapeur saturante, $p_{sat}(T)$, avec les volumes massiques des phases liquide et vapeur (v_l et v_g).

$$L_{l \rightarrow g} = T(v_g - v_l) \frac{dP_{\text{sat}}}{dT}$$

En faisant l'approximation $v_g \gg v_l$ et L_0 constant, montrer que l'on peut écrire la pression atmosphérique en fonction de la température d'ébullition selon :

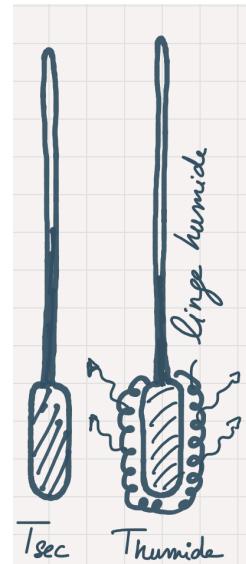
$$P_{\text{atm}} = P_0 e^{\frac{B}{T_0} - \frac{B}{T_{\text{ébul}}}}$$

2) Avec P_0 la pression à une température T_0 , exprimer B en fonction de M_e , L_0 et la constante des gaz parfaits, R.

$$B = \frac{M_e L_0}{R}$$

B Mesure de l'humidité.

Certains ballon-sondes utilisent un capteur d'humidité, nommé psychomètre, qui fonctionne sur la comparaison des températures données par deux thermomètres, un premier thermomètre mesurant la température ambiante de l'air, noté T_{sec} , $T_{\text{sec}} = T_{\text{air}}$, et un second thermomètre dont la sonde est entourée d'un tissu humide dont l'eau qu'il contient s'évapore dans l'air ambiant. On appellera la température mesurée par ce thermomètre la température humide, T_{humide} .



1) -4- Expliquez qualitativement pourquoi :

$$T_{\text{humide}} \leq T_{\text{sec}}$$

1,5) -5- On appelle humidité relative, h , le rapport entre la pression partielle de vapeur d'eau dans l'air, P_{eau} et la pression de vapeur saturante de l'eau à la même température, P_{sat} , $h = P_{\text{eau}}/P_{\text{sat}}$. On appelle humidité absolue, H , le rapport entre la masse d'eau sous forme vapeur, m_{eau} contenue par masse d'air sec, $m_{\text{air sec}}$, $H = m_{\text{eau}}/m_{\text{air sec}}$.

Exprimer H en fonction de h, M_e , M_a , P_{atm} et P_{sat} .

$$H = \frac{M_e}{M_a} \frac{h P_{\text{sat}}}{P_{\text{atm}} - h P_{\text{sat}}} \quad \left(\text{et } h = \frac{P_{\text{eau}}}{P_{\text{sat}}} \right)$$

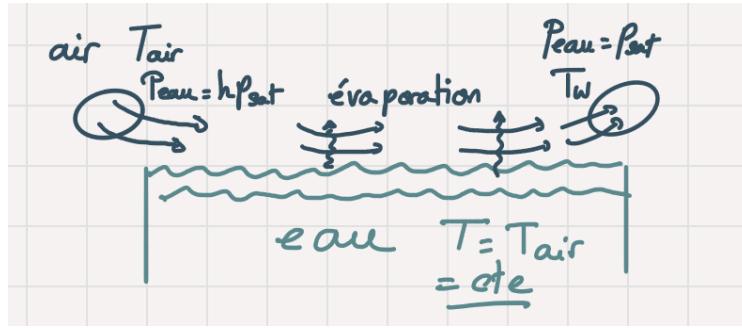
① Si seulement $\frac{P_{\text{eau}}}{P_{\text{sat}}}$

1) -6- On appelle température de rosée, $T_{\text{rosée}}$, la température à laquelle la masse d'air doit être refroidie à pression constante pour devenir saturée en vapeur d'eau. **Lorsque l'humidité relative est de 100 %**, on a (justifier) :

0,5	<input type="checkbox"/> $T_{\text{rosée}} < T_{\text{humide}}$	<input checked="" type="checkbox"/> $T_{\text{rosée}} = T_{\text{humide}}$	<input type="checkbox"/> $T_{\text{rosée}} > T_{\text{humide}}$
0,5	<input type="checkbox"/> $T_{\text{humide}} < T_{\text{sec}}$	<input checked="" type="checkbox"/> $T_{\text{humide}} = T_{\text{sec}}$	<input type="checkbox"/> $T_{\text{humide}} > T_{\text{sec}}$

2

-7- La température adiabatique humide, T_w , est définie comme la température qu'aurait une masse d'air en contact avec de l'eau liquide si elle était amenée à saturation (100 % d'humidité relative) à pression constante par évaporation d'eau. On considère que l'air seul fourni l'énergie nécessaire pour évaporer l'eau et on suppose également qu'il n'y a pas d'autres échanges de chaleur (d'où l'appellation adiabatique), c'est à dire notamment la température de l'eau liquide est constante et on néglige la quantité de chaleur nécessaire pour faire varier la température de l'eau vapeur de T_{air} à T_w devant l'énergie nécessaire pour l'évaporer.



Soit H_0 l'humidité absolue de l'air et H_{sat} l'humidité absolue de l'air saturé en vapeur d'eau, en écrivant le bilan des échanges de chaleur par masse d'air sec, exprimer $H_0 - H_{sat}$, en fonction de L_0 , T_{sec} , T_w et la chaleur spécifique massique à pression constante de l'air, c_p .

$$H_0 - H_{sat} = \frac{c_p}{L_0} (T_w - T_{sec}) \quad (<0)$$

1,1

-8- On peut montrer que $T_{humide} = T_w$, (partie C). En utilisant les résultats des questions 3 et 5, en déduire H_0 en fonction de L_0 , c_p , M_c , M_a , P_0 , B , T_{sec} et T_{humide} (avec $P_{atm} \gg P_{sat}$).

$$H_0 = \frac{M_c}{M_a} \frac{P_0}{P_{atm}} e^{\frac{B}{T_0} - \frac{B}{T_{sec}}} - \frac{c_p}{L_0} (T_{sec} - T_w)$$

C Détermination de T_w .

R_p appelle aussi $n \cdot T_w$

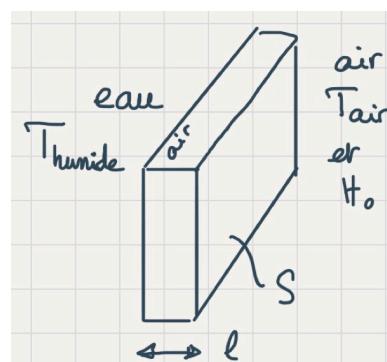
Le but de cette partie est de montrer que la température humide, T_{humide} , mesurée par le thermomètre mouillé coïncide avec T_w . Dans le thermomètre mouillé de l'air constamment à T_{sec} et d'humidité absolue H_0 arrive sur le manchon humide. Durant un temps Δt , une quantité de chaleur $Q_{évap}$ va du manchon vers l'air à cause de l'évaporation et la température du manchon baisse. Simultanément, comme $T_{humide} \leq T_{sec}$ une quantité de chaleur Q_c va de l'air vers le manchon par conduction. À l'équilibre $Q_{évap} + Q_c = 0$.

1,1

-9- On considère un cas à une dimension où la chaleur est conduite à travers une couche d'air d'épaisseur, l , avec d'un côté l'eau à T_{humide} et de l'autre l'air à $T_{air} = T_{sec}$. Soit λ la conductivité thermique de l'air, exprimer l'intensité, Q_c , passant à travers une surface S en fonction de S , λ , Δt , T_{humide} et T_{sec} .

$$Q_c = \frac{S}{\lambda} (T_{humide} - T_{sec}) \Delta t$$

(1,2T n° signe faux) (<0)



15 -10- De la même manière, la loi de Fick relie le vecteur densité de courant massique, lié à l'évaporation, J_m , (masse par unité de surface et de temps) au gradient de concentration d'eau ($H_{\text{sat}} - H_0$)/l, le coefficient de proportionnalité est noté, k.

$$J_m = k \frac{H_{\text{sat}} - H_0}{l}$$

① Si $m = \rho L_0$

Exprimer $Q_{\text{évap}}$ en fonction de L_0 , H_{sat} , H_0 , k, S, Δt et l.

$$Q_{\text{évap}} = \frac{S L_0}{l} h (H_{\text{sat}} - H_0) \quad (10)$$

16 -11- En déduire que l'on peut écrire, $T_{\text{sec}} - T_w = \alpha (T_{\text{sec}} - T_{\text{humide}})$. Expliciter α en fonction de λ , k et c_p .

$$\alpha = \frac{\lambda}{k c_p}$$

α s'appelle le coefficient psychométrique, par coïncidence numérique il se trouve que pour le système air, eau $\alpha \approx 1$.

$$Q3 \quad \zeta_0 = T \operatorname{rg} \frac{dp}{dT}$$

$$\text{AP} \quad PV = nRT$$

$$V = \frac{nRT}{P}$$

$$n = \frac{m}{N_A}$$

$$\operatorname{rg} = \frac{RT}{N_A P}$$

$$\zeta_0 = \frac{RT^2}{N_A P} \frac{dP}{dT}$$

$$\frac{\zeta_0 N_A}{R} \frac{dT}{T^2} = \frac{dP}{P} \Rightarrow \frac{\zeta_0 N_A}{R} \left(-\frac{1}{T} + \frac{1}{T_0} \right) = \ln \frac{P}{P_0}$$

$$\Rightarrow P = P_0 e^{\frac{\zeta_0 N_A}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$$

$$\boxed{B = \frac{\zeta_0 N_A}{R}}$$

Q4

refroidissement par évaporation

Q5

$$H = \frac{\frac{m_{\text{air}}}{V}}{\frac{m_{\text{air}} \text{ sec}}{\checkmark}} = \frac{N_A P_{\text{air}}}{N_A P_{\text{sat}} \text{ sec}} = \frac{\frac{N_A}{T_{\text{air}}} \frac{P_{\text{air}}}{P_{\text{air}} - P_{\text{sat}}}}{\frac{N_A}{T_{\text{sat}}} \frac{P_{\text{sat}}}{P_{\text{air}} - P_{\text{sat}}}}$$

$$\boxed{= \frac{N_A}{T_{\text{air}}} \frac{\ln P_{\text{sat}}}{P_{\text{air}} - \ln P_{\text{sat}}}}$$

$$\approx \frac{N_A}{T_{\text{air}}} \frac{\ln P_{\text{sat}}}{P_{\text{air}}}$$

Q7

L'ensemble se pose à $P_{\text{air}} < 1 \Rightarrow T_{\text{air}}$

on fait faire au bain

masse d'eau ou vapeur $m = (H_{\text{sat}} - H_0) m_{\text{air}}$

énergie

$$m L_0 = (H_{\text{sat}} - H_0) m_{\text{air}} L_0$$

= $\dot{Q}_{\text{evap air-eau}}$

Cette énergie est fournie par l'air

$$= m_{\text{air}} C_p (T_w - T_{\text{rec}})$$

$$= \dot{Q}_{\text{air}}$$

$$(h_{\text{Sat}} - h_o) L_{\text{mair}} + m_{\text{air}} C_p (T_w - T_{\text{rec}}) = 0$$

$$\Rightarrow h_o - h_{\text{Sat}} = \frac{C_p}{L_o} (T_w - T_{\text{rec}})$$

Q8 il suffit d'écrire

$$h_{\text{Sat}} \approx \frac{\Pi_e}{\Pi_a} \frac{P_{\text{Sat}}}{P_{\text{amb}}} = \frac{\Pi_e}{\Pi_a} \frac{P_0}{P_{\text{amb}}} e^{B \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_{\text{sat}}} \right)}$$

et de reporter dans $h_o = h_{\text{Sat}} + \frac{C_p}{L_o} (T_w - T_{\text{rec}})$

Q9 définition de la reichange thermique (cons)

$$\Rightarrow Q_c = \frac{S L_o}{L} (T_{\text{ham}} - T_{\text{rec}}) \Delta t (L_o)$$

Q10

il passe $J_m \times S$ de matière par seconde
et ça coûte $J_m S \times L_o$ d'énergie

$$Q_{\text{écup}} = \frac{S L_o}{L} h (h_{\text{Sat}} - h_o) \Delta t (L_o)$$

QII

$$Q_c + Q_{env} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{S}{e} (T_{heat} - T_{rec}) + \underbrace{S \frac{C_0 h}{e} (H_{sat} - H_0)}_{= \frac{C_p}{C_0} (T_{rec} - T_w)} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{rec} - T_w = \frac{l}{C_p h} (T_{rec} - T_{heat})}$$

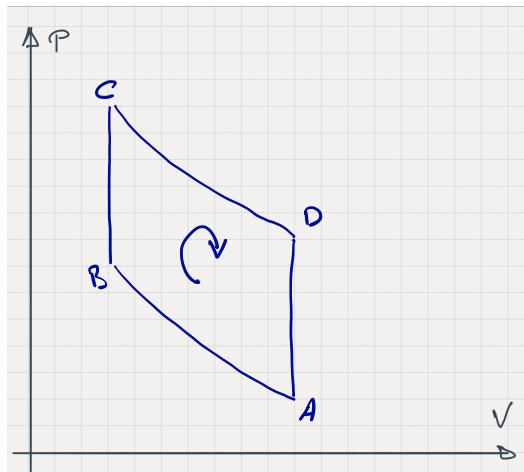
$$\boxed{\lambda = \frac{l}{h C_p}}$$

III. Moteur d'Otto. 24 points.

Le cycle d'Otto est un cycle **moteur** composé de **deux adiabatiques et deux isochores**. C'est le cycle modèle des moteurs à essence. Dans une première partie, on considère n moles de gaz dans une enceinte fermée, auxquelles on fait subir ces transformations. On considère initialement les adiabatiques réversibles.

Note : Les questions 1 à 3, 7, 8 et 10 à 13, sont des questions de cours. $\Sigma = 15$

1,5 -1- Représenter ce cycle dans un diagramme p-V, en nommant les sommets dans l'ordre successif A, B, C et D. A étant le point de température la plus basse.



0,5 adiabatiques
0,5 isochore
0,5 sens

2- Pour un gaz parfait, calculer Q et W échangés à chaque étape ainsi que l'énergie interne, ΔU , et l'entropie, ΔS . On exprimera toutes les grandeurs en fonction de n , R et la capacité calorifique molaire à volume constant $C_{v,\text{mol}}$ ainsi que des températures aux quatre sommets du cycle.

	AB	BC	CD	DA
0,5	$nC_{v,\text{mol}}(T_B - T_A)$	0	$nC_{v,\text{mol}}(T_B - T_C)$	0
0,5	0	$nC_{v,\text{mol}}(T_C - T_B)$	0	$nC_{v,\text{mol}}(T_A - T_B)$
0,5	$nC_{v,\text{mol}}(T_B - T_A)$	$nC_{v,\text{mol}}(T_C - T_B)$	$nC_{v,\text{mol}}(T_D - T_C)$	$nC_{v,\text{mol}}(T_A - T_D)$
0,5	0	$nC_{v,\text{mol}} \ln \frac{T_C}{T_B}$	0	$nC_{v,\text{mol}} \ln \frac{T_A}{T_B}$

1,5 -3- Montrer que $T_A / T_D = T_B / T_C$

-4- Soit la variation d'entropie ΔS pour un gaz parfait entre un état initial à T_i , P_i et de volume V_i et un état final (T_f , P_f , V_f). Exprimer ΔS en fonction de V_i , V_f , T_i , T_f , n , R et $C_{v,\text{mol}}$.

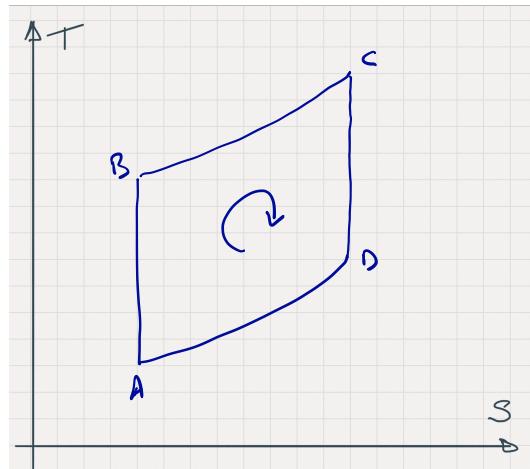
$$\Delta S = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) + nC_{v,\text{mol}} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

05

-5- En déduire l'aspect d'une transformation réversible isochore d'un gaz parfait dans un diagramme T-S.

6- Représenter le même cycle dans un diagramme (T, S) en prenant soin à la position relative des points A B C et D. Expliquez comment vous obtenez la position des points.

1



05

-7- Donner l'interprétation physique de l'aire à l'intérieur d'un cycle sur un diagramme T-S. Expliquez pourquoi le cycle tourne dans le même sens dans le diagramme T-S que dans le diagramme p-V.

On affine la modélisation en considérant que c'est un moteur à combustion interne. La chaleur fournie vient de la combustion, qui a lieu durant l'isochore au volume le plus faible. On supposera que lors de la combustion le nombre de moles reste constant, et tous les produits se comportent comme des gaz parfaits en mélange parfaits.

3

-8- Rappeler la définition de l'efficacité, η , d'un cycle moteur. Exprimer l'efficacité du cycle en fonction de chaleurs échangées Q_{ij} sur les différentes parties du cycle, puis en fonction des températures des quatre sommets du cycle.

1	Définition :	$\eta = \frac{W}{\text{énergie fossile}} = \frac{W}{Q_C}$
1	En fonction des Q_{ij}	$\eta = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}}$
1	En fonction de T_A, T_B, T_C, T_D	$\eta = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B} \quad (= 1 - \frac{T_D}{T_C} = 1 - \frac{T_A}{T_B})$

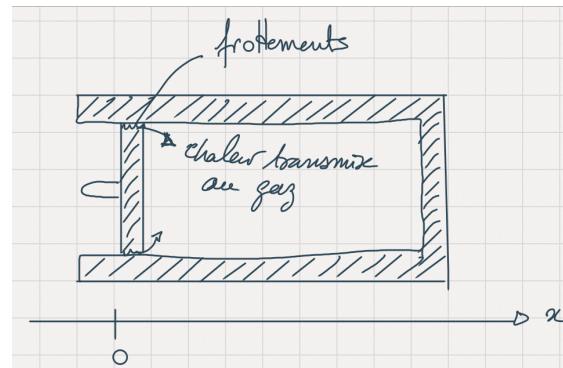
On suppose maintenant que le piston, en service durant les adiabatiques n'est pas parfait et subit une force de frottement de norme constante F_f , lors du déplacement. Le piston a une section S . On suppose aussi que les volumes extrêmes restent les mêmes (la course du piston reste la même.)

1

-9- Est-ce que le dessin dans le diagramme p-V reste identique ou bien change-t-il ?

On appelle maintenant A', B', C' et D' les nouveaux points de fonctionnement. On considère que le premier point A', qui est le début de la compression est confondu avec le point A (ceci est justifié par le fait que c'est le point correspondant à la fin de l'admission, l'air et l'essence fraîches sont à pression et températures ambiantes.) La compression et la détente sont considérées quasi-statiques, malgré les frottements.

Le piston est considéré isolant thermique et on néglige sa capacité calorifique devant celle du gaz. **Toute la chaleur générée par les frottements est donc transmise au gaz.**



②

-10- Écrire la relation liant la pression extérieure, p_{ext} , à la pression du gaz dans le piston, p , F_f et S section du piston.

$$p_{ext} = p + \frac{F_f}{S} \quad (compression) \quad p_{ext} = p - \frac{F_f}{S} \quad (détente)$$

1,5

-11- Montrer que au cours de la compression : $dU_{comp} = -(p + F_f/S) dV$.

-12- Calculer l'expression de dU sur la détente avec frottements, en fonction de p , F_f , S et dV .

1,5

$$dU_{det} = - (p - \frac{F_f}{S}) dV$$

1,5

-13- Montrer que $C_v dT = -pdV - \frac{F_f}{S} dV$ et que $C_p dT = Vdp - \frac{F_f}{S} dV$ *à la compression*

2

-14- Montrer que $-\gamma \frac{dV}{V} = \frac{dP}{P+a}$ avec a une constante dépendant de γ , F_f et S .

Exprimer a .

à la compression

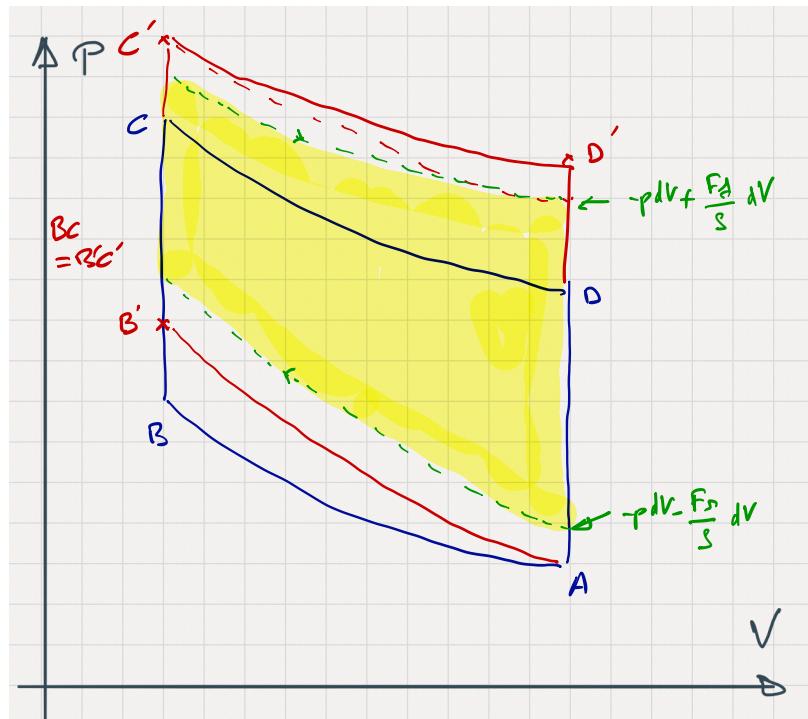
$$a = \frac{F_f}{S} \frac{\gamma-1}{\gamma}$$

On admettra que cette équation différentielle s'intègre en $(P+a)V^\gamma = \text{Cst}$ et que $0 < a < F_f/S$.

2,5

-15- Sur le diagramme p-V tracer :

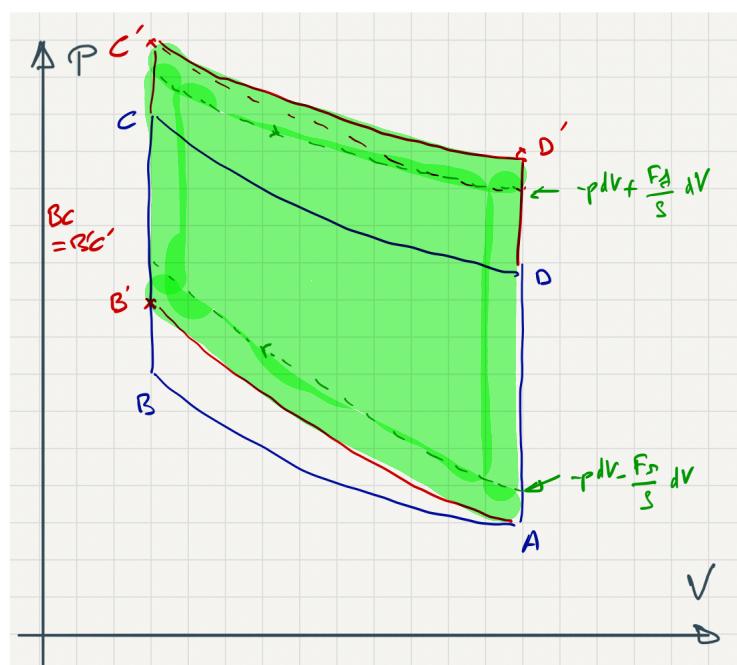
- La compression adiabatique réversible du cas idéal.(AB).
- La position du point B'.
- L'allure de la courbe $p(V)$ durant de la compression quasi-statique avec frottements.
- La position du point C' (en supposant que la chaleur fournie par la combustion est inchangée).
- la position du point D' et la courbe lors de la détente quasi-statique avec frottements.



1

-16- Représenter graphiquement sur le cycle le travail reçu par l'utilisateur et le travail reçu par le gaz dans le piston. Commentez

0,5



$$\underline{Q2} \quad \text{pour les adiabatiques} \quad Q=0 \quad \Delta U = nC_v \Delta T$$

$$\Delta S = 0$$

pour les isochores

$$W=0 \quad Q = \Delta U = nC_v \Delta T$$

$$\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} nC_v \frac{dT}{T}$$

$$= nC_v \ln \frac{T_f}{T_i}$$

$$\underline{Q3} \quad \text{processus mécanique :}$$

$$\text{méthode 1} \quad \Delta S_{cycle} = 0 \Rightarrow \ln \frac{T_c}{T_B} + \ln \frac{T_B}{T_A} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{T_c}{T_B} = \frac{T_B}{T_A}$$

méthode 2

$$TV^{\gamma-1} = \text{cst} \text{ sur les adiabatiques}$$

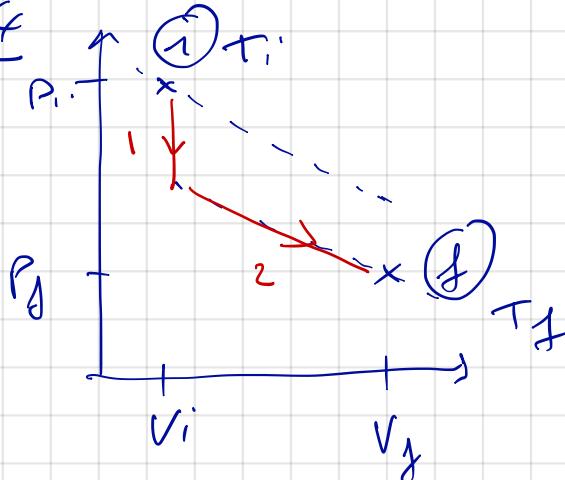
$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

$$T_c V_c^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$$

$$\text{or } V_B = V_c \quad V_A = V_D$$

$$\Rightarrow \frac{T_A}{T_D} = \frac{T_B}{T_c}$$

Q4



on prend le chemin

$$\textcircled{1} \quad \Delta S_1 = \int_{T_i}^{T_f} \frac{nC_v \, dT}{T} = nC_v \ln \frac{T_f}{T_i}$$

$$\textcircled{2} \quad dU = 0 = \delta Q + \delta W$$

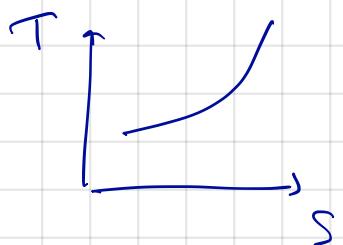
$$\delta Q = P \, dV$$

$$\Delta S_2 = \int_{V_i}^{V_f} \frac{P \, dV}{T_f} = \frac{nRT_f}{T_f} \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

$$\Delta S_i = nR \ln \frac{V_f}{V_i} \quad \boxed{\Delta S = \Delta S_i + \Delta S_{\text{ext}} = nR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) + nC_{\text{ext}} \ln \frac{T_f}{T_i}}$$

Q5 $V = c_s t$ $\Delta S = nC_{\text{ext}} \ln \frac{T_f}{T_i}$

$$T_f = T_i \cdot e^{\frac{\Delta S}{nC_{\text{ext}}}}$$



Q7 cycle $Q + W = 0$ $Q = -W$

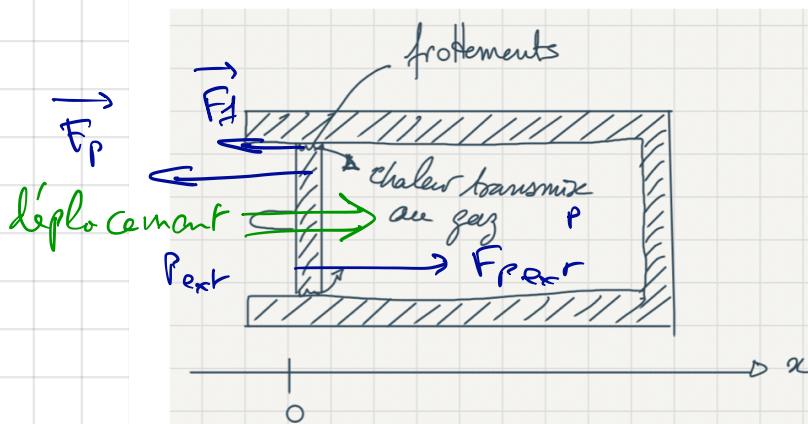
$$\delta Q = -TdS \quad \delta W = -pdV$$

$$\int pdV = \int TdS$$

Q9 frottements \Rightarrow efficacité plus faible
Si Q_{Br} reste même $W \downarrow$ pour le même cycle

Q10

cas pour la compression



quasi statique $\sum \vec{F} = \vec{0}$ $P_{\text{ext}} S - pS - F_f = 0$

$$\Rightarrow \boxed{P_{\text{ext}} = p + \frac{F_f}{S}}$$

pour la dilatation $P_{\text{ext}} S - pS + F_f = 0$

$$\Rightarrow \boxed{P_{\text{ext}} = p - \frac{F_f}{S}}$$

Q11 toute l'énergie de frottement $F_f \, d\alpha = F_f \frac{dV}{S}$
est concentrée en chaleur $(dV = -S \, d\alpha)$

par définition échanges de chaleur $\delta Q = 0$

définition générale du travail $-P_{ext} \, dV$

$$dV_{comp} = \underbrace{-\left(P + \frac{F_f}{S}\right) dV}_{}$$

Q12 idem

$$dV_{der} = -P_{ext} \, dV$$

$$= -\left(C_p - \frac{F_f}{S}\right) dV$$

Q13

puis la compression

$$dP \quad dV = C_V \, dT = \underbrace{-P \, dV - \frac{F_f}{S} \, dV}_{}$$

puis la détente

$$C_V \, dT = \underbrace{-P \, dV + \frac{F_f}{S} \, dV}_{}$$

idem $dH = \boxed{C_p \, dT = V \, dp - \frac{F_f}{S} \, dV \quad \text{compression}}$
 $= V \, dp + \frac{F_f}{S} \, dV \quad \text{détente}}$

Q14

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{V \, dp - \frac{F_f}{S} \, dV}{-P \, dV - \frac{F_f}{S} \, dV}$$

(compression)

$$\Rightarrow -\gamma P \, dV - \gamma \frac{F_f}{S} \, dV = V \, dp - \frac{F_f}{S} \, dV$$

tous le P
dans cette équation

$$\Rightarrow \boxed{-\gamma \frac{dV}{V} = \frac{dp}{P + \frac{F_f}{S} \frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$\alpha = \frac{F_f}{S} \frac{\gamma-1}{\gamma}$$

(séparation des variables)

Rq l'intégration est triviale $\int \frac{dV}{T} = \frac{dp}{p+a}$
(pas demandé)

$$\ln V^\gamma = \ln(p+a) + C$$
$$\Rightarrow (p+a)V^\gamma = C$$

Q16 pour le travail réien par le gaz, c'est le
cyle A', B', C', D'

pour le travail réien par l'adiabatique
il faut noter les termes $-\frac{F_f}{S} dV$ et $+\frac{F_f}{S} dV$
dans ce frottement de changer le régime.